

Question de cours – Donner la définition du rang d'une matrice.

Exercice 1. – Pour chaque $t \in \mathbb{R}$ on considère la matrice M_t définie par:

$$M_t = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ t-1 & 1 & 2-t \end{pmatrix}$$

- 1) Pour quelles valeurs de t la matrice M_t est-elle inversible ?
- 2) Lorsque M_t est inversible calculer son inverse.
- 3) On considère le vecteur $Y = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Trouver tous les vecteurs $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ tel que

$$M_0 X = Y .$$

Exercice 2. – Dans \mathbb{R}^4 , on considère les sous-espaces vectoriels $E_1 = \text{Vect}(v_1, v_2)$ et $E_2 = \text{Vect}(w_1, w_2)$ avec $v_1 = (1, -1, 0, 1)$ et $v_2 = (0, 2, 1, 0)$, $w_1 = (0, 6, -1, 4)$ et $w_2 = (3, 3, 1, 5)$.

- 1) Donner une base de $E_1 \cap E_2$.
- 2) Donner une base de $E_1 + E_2$.
- 3) Déterminer un supplémentaire de $E_1 + E_2$ dans \mathbb{R}^4 .